Stat101 .
WEEK5 : F2F
CHAPTER 5 - Probability Distributions .

مواضيع الشابتر :

- مراجعه و معاينه - Review and Preview .
- المتغيرات العشوائيه - Random Variables .
- التوزيعات الإحتماليه ذات الحدين - Binomial Probability Distributions .
- المتوسط، التباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدين - Mean, Variance and Standard Deviation for the Binomial Distribution .
- التوزيعات الإحتماليه لل Poisson - Poisson Probability Distributions .

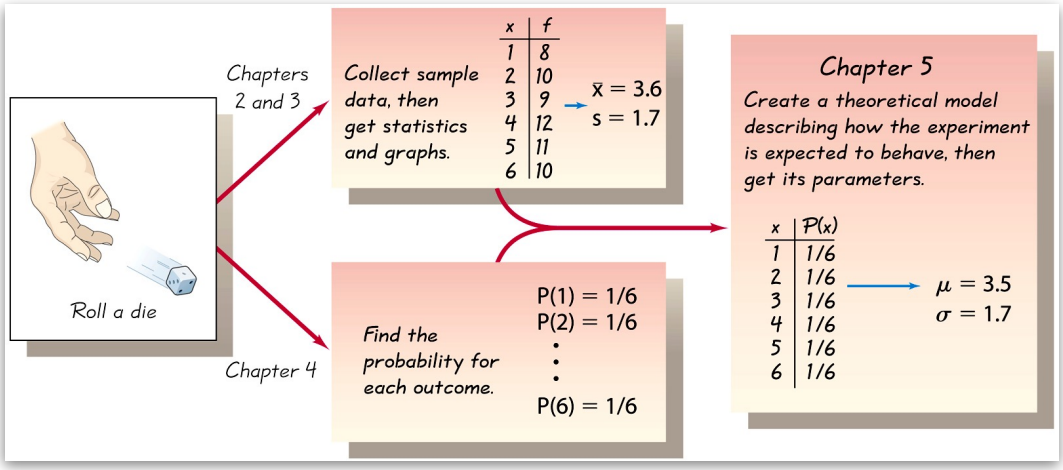
اولاً : Review and Preview :

probability distributions
التوزيعات الإحتماليه

Probability Distributions describe what will probably happen instead of what actually did happen, and they are often given in the format of a graph, table, or formula.
تصف التوزيعات الاحتمالية ما سوف يحدث على الأرجح بدلا من الواقع ما حدث بالفعل، وغالبا ما تعطى في شكل رسم بياني أو جدول أو الصيغة.

Combining Descriptive Methods and Probabilities
الجمع بين المنهج او الاسلوب الوصفي و الإحتمالات .

In this chapter we will construct probability distributions by presenting possible outcomes along with the relative frequencies we expect.
في هذا الفصل سوف نقوم ببناء توزيعات الإحتمالات عن طريق عرض النتائج المحتمله مع الترددات النسبيه الي نتوقعها .



"هنا يوضح لنا انوه كيف ان من شابتر ٢ الى شابتر ٤ و الحين شابتر ٥ يتكلم عن تسلسل معين ، يعني في شابتر ٢ و ٣ يتكلم عن الداتا و التكرار لها و المين و ستاندر ، في شابتر فور كان يتكلم عن الإحتمالات . ف شابتر ٥ حيجمع بينهم و حيكون عن الراندوم فاريبل الي هو المتغير العشوائي و راح يتم فيه بنفس المواضيع الي بتشابترات الاولى . "

ثانياً : Random Variables :

Key Concept
المفهوم الرئيسي

This section introduces the important concept of a probability distribution, which gives the probability for each value of a variable that is determined by chance.

هذا القسم يقدم مفهوما هاما للتوزيع الاحتمالي الذي يعطي احتمال لكل قيمة المتغير الذي يتم تحديده عن طريق الاحتمال .

Give consideration to distinguishing between outcomes that are likely to occur by chance and outcomes that are “unusual” in the sense they are not likely to occur by chance.

النظر في التمييز بين النتائج التي من المحتمل أن تحدث عن طريق الاحتمال والنتائج التي هي "استثنائيه" بمعنى أنها ليس من المرجح أن يحدث عن طريق الاحتمال.

The concept of random variables and how they relate to probability distributions

مفهوم المتغيرات العشوائية وكيفية ارتباطها بالتوزيعات الاحتمالية.

Distinguish between discrete random variables and continuous random variables

التمييز بين المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتغيرات العشوائية المستمرة.

Develop formulas for finding the mean, variance, and standard deviation for a probability distribution.

تطوير المعادلات لإيجاد المتوسط، التباين والانحراف المعياري لتوزيع الاحتمالات.

Determine whether outcomes are likely to occur by chance or they are unusual (in the sense that they are not likely to occur by chance).

تحديد ما إذا كانت النتائج من المحتمل أن تحدث عن طريق الاحتمال أو كانت استثنائيه (بمعنى أنهم ليسوا من المرجح أن تحدث عن طريق الاحتمال).

Random Variable Probability Distribution
توزيع الاحتمالات المتغير العشوائي

❖ **Random variable :**

a variable (typically represented by *x*) that has a single numerical value, determined by chance, for each outcome of a procedure.

المتغير العشوائي : هو المتغير الذي يتمثل ب x ويحتوي على قيمه عدديه واحده و تتحدد عن طريق الاحتمال ، ولكل نتيجه من الاجراء . يعني في كل مره قيمته او الاحتمال يتغير و بكل تغير بيتمثل بالقيمه نفسها . ف التمثيل القيم كلها يتسمى ب Probability distribution .

❖ **Probability distribution :**

a description that gives the probability for each value of the random variable; often expressed in the format of a graph, table, or formula.

توزيع الاحتمالات : وهو الوصف الذي يعطي احتمال لكل قيمة المتغير العشوائي. غالبا ما يعبر على شكل رسم بياني أو جدول أو معادله.

Discrete and Continuous Random Variables
التغيرات العشوائيه المنفصله و المستمرة

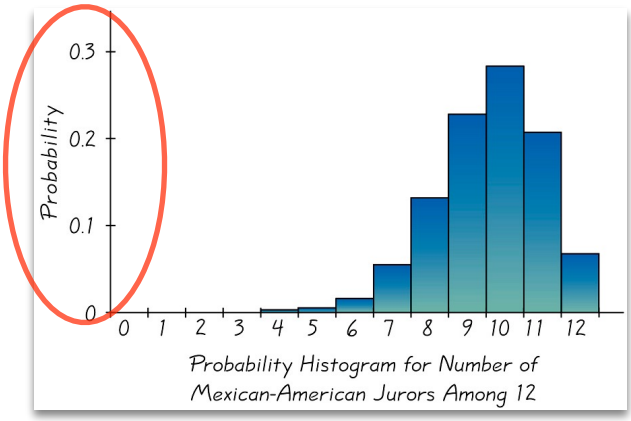
انواع التغير العشوائي :

1. **Discrete random variable:**
   either a finite number of values or countable number of values, where “countable” refers to the fact that there might be infinitely many values, but they result from a counting process.

المتغير العشوائي المنفصل او المستقل : كل عدد محدود من القيم أو عدد معدود من القيم، حيث "قابل للعد" يشير إلى حقيقة أنه قد يكون هناك عدد لانهائي من القيم، ولكنها تنتج عن عملية العد والفرز.

2. **Continuous random variable :**
   infinitely many values, and those values can be associated with measurements on a continuous scale without gaps or interruptions.

المتغير العشوائي المستمر: عدد لانهائي من القيم، وهذه القيم يمكن أن تتوافق مع القياسات على مستوى مستمر دون ثغرات أو انقطاع.



Graphs
الرسوم البيانية

The **probability histogram** is very similar to a relative frequency histogram, but the vertical scale shows probabilities.

الرسم البياني الإحتمالي هو مماثل جداً لرسم البياني التكراري النسبي و لكن المقياس العامودي يظهر “ الاحتمالات “ .

Requirements for Probability Distribution
متطلبات التوزيع الاحتمالي

$$\sum P(x) = 1$$

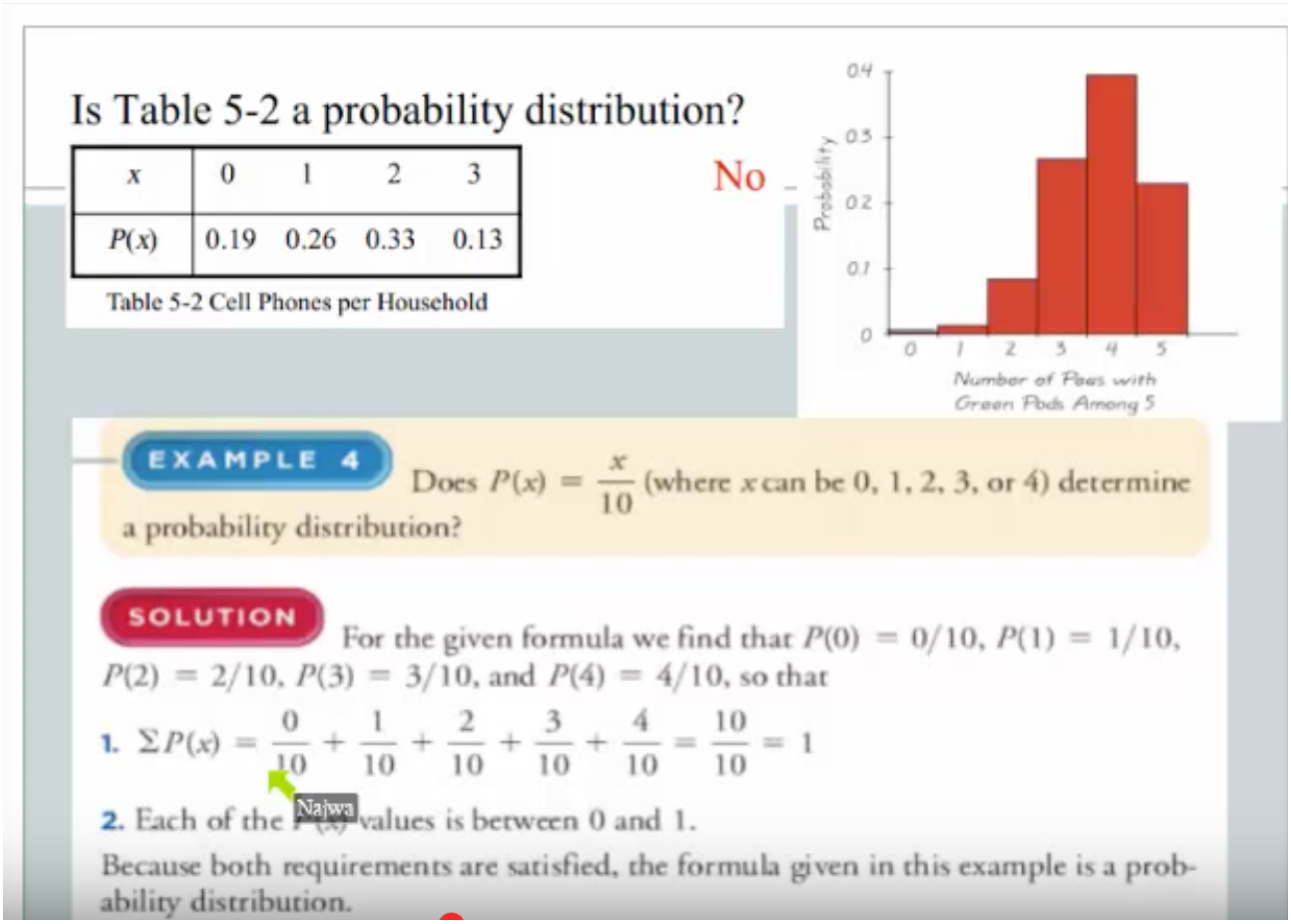
where *x* assumes all possible values.

حيث ان x تفترض جميع القيم المكنه .
“ ف القانون هنا يقول ان مجموع كل هالقيم بتكون تساوي الواحد . يقول حزات يكون الجموع يساوي 0.999 فهذا صحيح يكون مساوي للواحد مع التقريب و حزات يكون 1.001 هذا برضو صحيح موافقه كلها للشرط . “

$$0 \le P(x) \le 1$$

for every individual value of *x*.

لكل قيمه فرديه ل x .
“ هنا بالشرط الثاني يقول ان p(x) تكون بين الصفر و الواحد يعني مجموع القيم يكون يا اكبر او يساوي الصفر و اصغر او يساوي الواحد . “
و هالشرطين لازم تتحق مع بعض لل Probability Distribution.



x	0	1	2	3
$P(x)$	0.19	0.26	0.33	0.13

" هذي ٣ امثله على ال Probability Distribution و متطلباتها او بالاصح شروطها .
ف الجدول الي على اليسار حاط لي قيم و لو جمعناها ما راح تساوي الواحد ف اذاً اختل احد الشروط .
لو جانا على شكل رسم بياني زي الي على اليمين ف ناخذ القيم الي على العامودي ف لو جمعناها حتساوي الواحد اذاً تحقق الشرطين . و فيه نوع يجينا على شكل سؤال زي الي تحت فيكون حله بهالشكل نفس الي بالصوره . "

Mean, Variance and Standard Deviation of a Probability Distribution
المتوسط ، التباين و الانحراف المعياري لتوزيع الاحتمالات

القوانين :

mean : عدد القيمه مضروبه في احتمالها .

ال variance القانون الاول له ، عدد القيم ناقص المين مضروب في عدد الاحتمالات .
القانون الثاني له تربيع عدد القيم مضروب في احتمالاتها ناقص المين .

ال SD جذر القانون الثاني لل variance .

$$\mu = \Sigma [x \cdot P(x)] \quad \text{Mean}$$

$$\sigma^2 = \Sigma [(x - \mu)^2 \cdot P(x)] \quad \text{Variance}$$

$$\sigma^2 = \Sigma [x^2 \cdot P(x)] - \mu^2 \quad \text{Variance (shortcut)}$$

$$\sigma = \sqrt{\Sigma [x^2 \cdot P(x)] - \mu^2} \quad \text{Standard Deviation}$$

Roundoff Rule for μ, σ, and σ^2

Round results by carrying one more decimal place than the number of decimal places used for the random variable x.
If the values of x are integers, round μ, σ, and σ^2 to one decimal place.

نتائج الجوله التي تحمل اكثر من مكان واحد عشري من عدد المنازل العشرية المستخدمه للمتغير العشوائي x .
اذا كانت قيم x اعداد صحيحه ، جوله μ, σ و σ^2 (القوانين الثلاث) الى خانه او منزله عشريه واحده .
" هنا يتكلم عن النواتج اذا طلعت بالفواصل . ف يقول هنا اذا كانت ال x اعداد صحيحه ف الناتج بعد القانون بيكون مثلا 3.8 اختار منزله وحده بس بعد الفاصله . "

Identifying Unusual Results Range Rule of Thumb

According to the range rule of thumb, most values should lie within 2 standard deviations of the mean.

وفقاً للقاعده range rule of thumb ينبغي لمعظم القيم ان تقع ضمن 2 من الانحرافات المعياريه للمتوسط .

We can therefore identify "unusual" values by determining if they lie outside these limits:

- Maximum usual value = $\mu + 2\sigma$
- Minimum usual value = $\mu - 2\sigma$

و بالتالي يمكننا تحديد القيم (الإستثنائيه) لمعرفة ما اذا كانوا يمتدون خارج الحدود :

- قانون القيمه الإستثنائيه الكبيره .
- قانون القيمه الإستثنائيه الصغيره . "تركز ان كل القانونين زي بعض اللهم إختلاف الإشاره "

Identifying Unusual Results Probabilities
تحديد نتائج الإحتمالات الإستثنائيه .

Rare Event Rule for Inferential Statistics
If, under a given assumption (such as the assumption that a coin is fair), the probability of a particular observed event (such as 992 heads in 1000 tosses of a coin) is extremely small, we conclude that the assumption is probably not correct.

قاعدة الحدث النادر للإستدلال الإحصائي .
في ظل افتراض معين (مثل افتراض العمله العاديه) احتمال حدوث حدث معين (مثل ٩٩٢ رأس في ١٠٠٠ قذفه لعمله واحده) هو احتمال صغير للغايه ، فإننا نستنتج ان الافتراض هو على الارجح غير صحيح.

Using Probabilities to Determine When Results Are Unusual

- Unusually high: x successes among n trials is an unusually high number of successes if $P(x$ or more$) \le 0.05$.
- Unusually low: x successes among n trials is an unusually low number of successes if $P(x$ or fewer$) \le 0.05$.

بإستخدام الإحتمالات لتحديد متى النتائج تكون إستثنائيه .

Expected Value
القيمه المتوقعه .

The expected value of a discrete random variable is denoted by E, and it represents the mean value of the outcomes. It is obtained by finding the value of $\Sigma [x \cdot P(x)]$.
$E = \Sigma [x \cdot P(x)]$ —> القانون

القيمه المتوقعه ل المتغير العشوائي المتميز يرمز لها ب E ، و انها تمثل قيمه متوسط النتائج .

ثالثاً : Binomial Probability Distributions :

Key Concept
المفهوم الرئيسي.

This section presents a basic definition of a binomial distribution along with notation, and methods for finding probability values.

يعرض هذا القسم التعريف الأساسي لتوزيع ذي الحدين بالإضافه الى الرموز، وطرق إيجاد القيم الاحتمالية.

Binomial probability distributions allow us to deal with circumstances in which the outcomes belong to two relevant categories such as acceptable/defective or survived/died.

التوزيعات الاحتمالية ذات الحدين تسمح لنا للتعامل مع الظروف التي نتائجها تنتمي إلى فئتين ذات الصلة.

Binomial Probability Distribution
التوزيع الإحتمالي لذات الحدين .

مهم A binomial probability distribution results from a procedure that meets all the following requirements:

1. The procedure has a fixed number of trials.
2. The trials must be independent. (The outcome of any individual trial doesn't affect the probabilities in the other trials.).
3. Each trial must have all outcomes classified into two categories (commonly referred to as success and failure).
4. The probability of a success remains the same in all trials.

نتيجة الإجراء للتوزيع الإحتمالي لذات الحدين لديه متطلبات او شروط معينه :

1. الإجراء او التجربه نفسها لديها عدد محدد من الإختبارات .
2. و يجب على الإختبارات ان تكون مستقله . (نتائج اي تجربه فرديه لا تؤثر على الإحتمالات في الإختبارات الأخرى) .
3. يجب تصنيف كل نتيجه لأي اختبار لفئتين (ناجحه او فاشله) .
4. الإحتمال الناجح لا يزال هو نفسه في جميع الإختبارات .

Notation for Binomial Probability Distributions
الرموز للتوزيع الإحتمالي ذا الحدين .

S and F (success and failure) denote the two possible categories of all outcomes; *p* and *q* will denote the probabilities of S and F, respectively, so

P(S) = p (p = probability of success)

P(F) = 1 – p = q (q = probability of failure)

ال S و F (النجاح و الفشل) تدل على فئتين ممكنه من كل النتائج ، ال p و q سترمز للإحتمالات لل S و F .

ال p = احتمال النجاح .

ال q = احتمال الفشل .

تكملة الرموز (Notation) :

n	denotes the fixed number of trials.
x	denotes a specific number of successes in **n** trials, so x can be any whole number between **0** and **n**, inclusive.
p	denotes the probability of success in one of the n trials.
q	denotes the probability of failure in one of the **n** trials.
P(x)	denotes the probability of getting exactly **x** successes among the **n** trials.

ال n تدل على عدد محدد من التجارب .

ال x تدل على عدد معين من النجاحات في التجارب n، لذلك يمكن أن يكون x أي عدد صحيح بين 0 و n .

ال p يدل على احتمال النجاح في واحدة من التجارب n.

ال q يدل على احتمال الفشل في واحدة من التجارب n.

ال P(x) يدل على احتمالية الحصول على النجاحات x بالضبط بين تجارب n.

Important Hints

تلميحات مهمه .

❖ Be sure that *x* and *p* both refer to the same category being called a success.

مما لا شك فيه أن x و p كلاهما يشيران إلى نفس الفئة التي تسمى النجاح.

❖ When sampling without replacement, consider events to be independent if $n < 0.05N$.

اخذ العينات من غير استبدال ، نظراً للحدث تكون مستقله اذا كانت $n < 0.05N$.

Methods for Finding Probabilities

طرق العثور على الإحتمالات .

We will now discuss three methods for finding the probabilities corresponding to the random variable *x* in a binomial distribution.

سوف نناقش الآن ثلاث طرق لإيجاد الاحتمالات المطابقه او المماثله للمتغير العشوائي x في توزيع ذي الحدين.

Method 1: Using the Binomial Probability Formula

الطريقه الأولى : استخدام صيغة الإحتمالات لذات الحدين .

قانون الفورملا للاحتمال ذات الحدين . <—

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

for $x = 0, 1, 2, \ldots, n$

where

n = number of trials

x = number of successes among n trials

p = probability of success in any one trial

q = probability of failure in any one trial ($q = 1 - p$)

ال n عدد التجارب

ال x عدد النجاح للتجربه

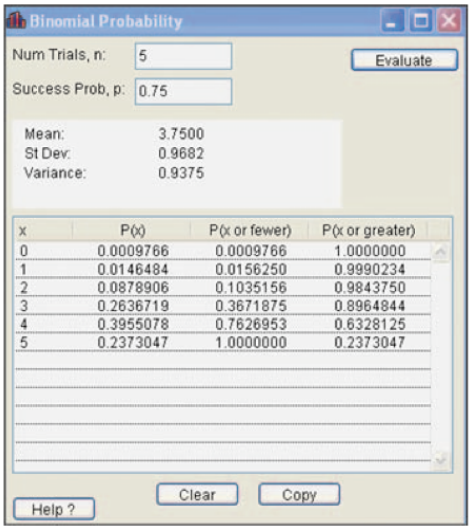
ال p احتمال الناجح لاي تجربه

ال q احتمال الفاشل لاي تجربه طبعاً راح يكو ناتج p ناقص ١ .

Method 2: Using Technology
الطريقه الثانيه : بإستخدام التقنيه .

STATDISK , Minitab , Excel , SPSS , SAS and the TI-83/84 Plus calculator can be used to find binomial probabilities.

هذي البرامج تستطيع ايجاد الإحتمال ذا الحدين .



MINITAB —>

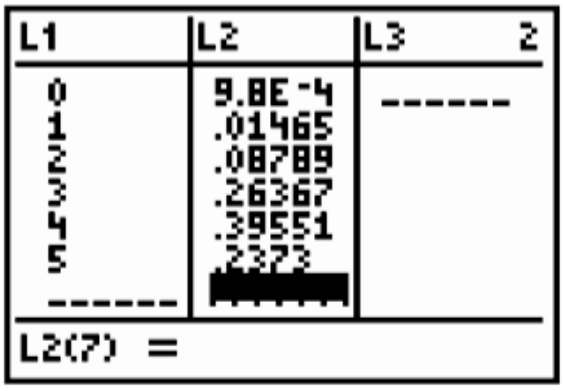
x	P(x)
0	0.000977
1	0.014648
2	0.087891
3	0.263672
4	0.395508
5	0.237305

<— STATDISK

	A	B
1	0	0.000977
2	1	0.014648
3	2	0.087891
4	3	0.263672
5	4	0.395508
6	5	0.237305

<— EXCEL

TI-83 PLUS Calculator —>



Method 3: Using Table A-1 in Appendix A
الطريقه الثالثه : استخدام جدول

Part of Table A-1 is shown below. With $n = 12$ and $p = 0.80$ in the binomial distribution, the probabilities of 4, 5, 6, and 7 successes are 0.001, 0.003, 0.016, and 0.053 respectively.

n	x	p 0.80
	4	0.001
	5	0.003
	6	0.016
	7	0.053

→

x	p
4	0.001
5	0.003
6	0.016
7	0.053

جزء من الجدول بالصوره .
ان $n = 12$ و $p = 0.80$ في إحتمال ذا الحدين ، ف الاحتمالات ٤ و ٥ و ٦ و ٧ ناجحه على التوالي . *0.001, 0.003, 0.016, 0.053* .

Strategy for Finding Binomial Probabilities
استراتيجية العثور على احتمالات الحدين

- Use computer software or a TI-83 Plus calculator if available.
- If neither software nor the TI-83 Plus calculator is available, use Table A-1, if possible.
- If neither software nor the TI-83 Plus calculator is available and the probabilities can't be found using Table A-1, use the binomial probability formula.

استخدام برامج الكمبيوتر أو TI-83 Plus calculator إذا كانت متوفرة.
إذا لم يكن أي برنامج ولا TI-83 Plus calculator متاح، استخدم الجدول A-1، إذا كان ذلك ممكنا.
إذا لم يكن أي برنامج ولا TI-83 Plus calculator متاح والاحتمالات لا يمكن العثور عليها باستخدام الجدول A-1، استخدم صيغة احتمال ثنائية.

Rationale for the Binomial Probability Formula
الاساس المنطقي ل صيغة الإحتمال ذا الحدين .

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

Number of outcomes with exactly *x* successes among *n* trials

The probability of *x* successes among *n* trials for any one particular order

الجزء الي بالاخضر ما يهتم بترتيب في الفورملا .
الجزء الي بالازرق يهتم بالترتيب .

رابعاً : Mean, Variance and Standard Deviation for the Binomial Distribution :

Key Concept
المفهوم الرئيسي .

In this section we consider important characteristics of a binomial distribution including center, variation and distribution. That is, given a particular binomial probability distribution we can find its mean, variance and standard deviation.

في هذا القسم نحن ننظر للخصائص المهمة للتوزيع ذي الحدين بما في ذلك مركز، والتباين والتوزيع. وهذا هو، نظرا التوزيع الاحتمالي ذي الحدين معين يمكن أن نجد لها التوسط ، التباين والانحراف المعياري.

A strong emphasis is placed on interpreting and understanding those values.

يتم وضع تركيز قوي على تفسير وفهم تلك القيم.

For Any Discrete Probability Distribution: Formulas

Mean $\mu = \Sigma[x \cdot P(x)]$

Variance $\sigma^2 = [\Sigma x^2 \cdot P(x)] - \mu^2$

Std. Dev $\sigma = \sqrt{[\Sigma x^2 \cdot P(x)] - \mu^2}$

"Probability Distribution Formulas قوانين"

Binomial Distribution: Formulas

Mean $\mu = n \cdot p$

Variance $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$

Std. Dev. $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$

Where

n **= number of fixed trials**

p **= probability of success in one of the *n* trials**

q **= probability of failure in one of the *n* trials**

"Binomial Distribution Formulas قوانين ال"

Interpretation of Results

تفسير النتائج .

It is especially important to interpret results. The range rule of thumb suggests that values are unusual if they lie outside of these limits:

Maximum usual values $= \mu + 2\sigma$

Minimum usual values $= \mu - 2\sigma$

من المهم تفسير النتائج ال range rule of thumb يشير الى ان القيم هي استثنائيه اذا كانت تقع خارج الحدود .
"ننتبه ان الإشارات في القوانين تختلف "

خامساً و اخيراً : Poisson Probability Distributions :

Key Concept
المفهوم الرئيسي .

The Poisson distribution is another discrete probability distribution which is important because it is often used for describing the behavior of rare events (with small probabilities).

توزيع Poisson هو توزيع آخر احتمال منفصل وهو أمر مهم لأنه غالبا ما يستخدم لوصف سلوك الأحداث النادرة (مع احتمالات صغيرة).

Poisson Distribution

The Poisson distribution is a discrete probability distribution that applies to occurrences of some event over a specified interval. The random variable *x* is the number of occurrences of the event in an interval. The interval can be time, distance, area, volume, or some similar unit.

توزيع Poisson هو توزيع احتمال المنفصل التي تنطبق على حدوث بعض الأحداث خلال فترة زمنية محددة. المتغير عشوائي x هو عدد الحوادث من هذا الحدث في الفتره. الفاصل الزمني يمكن أن يكون الوقت والمسافة والمساحة والحجم، أو بعض وحدات مماثلة.

Formula

$$P(x) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!} \text{ where } e \approx 2.71828$$

القانون .

Requirements of the Poisson Distribution
الشروط

- The random variable *x* is the number of occurrences of an event over some interval.
- The occurrences must be random.
- The occurrences must be independent of each other.
- The occurrences must be uniformly distributed over the interval being used.

المتغير عشوائي x هو عدد الحوادث حدث على بعض الفترات.
يجب أن يكون الحادثه عشوائيه.
يجب أن يكون الحادثه مستقلة عن بعضها البعض.
الحادثه يجب أن توزع بشكل موحد على فترة المستخدمة.

Parameters

- **The mean is μ.**
- **The standard deviation is $\sigma = \sqrt{\mu}$.**

عوامل ال Poisson Distribution.
ال mean و standard deviation .

Difference from a Binomial Distribution
الفرق

The Poisson distribution differs from the binomial distribution in these fundamental ways:

- The binomial distribution is affected by the sample size *n* and the probability *p*, whereas the Poisson distribution is affected only by the mean *μ*.
- In a binomial distribution the possible values of the random variable *x* are 0, 1, . . . *n*, but a Poisson distribution has possible *x* values of 0, 1, 2, . . . , with no upper limit.

توزيع Poisson يختلف عن توزيع ذي الحدين في هذه الطرق الأساسية:

يتأثر توزيع ذي الحدين حسب حجم *n* واحتمال p، في حين يتأثر توزيع Poisson فقط من متوسط μ.

في توزيع ذي الحدين القيم الممكنة للمتغير العشوائي *(x)* 1 ، 0،. . . *(n)*، ولكن توزيع Poisson لديه قيم *x* الممكنة من 0، 1، 2،. . . ، مع عدم وجود الحد الأعلى.

Poisson as an Approximation to the Binomial Distribution

The Poisson distribution is sometimes used to approximate the binomial distribution when *n* is large and *p* is small.

يستخدم توزيع بواسون أحيانا لتقريب توزيع ذات الحدين عندما n هو كبير و *p* صغير.

Rule of Thumb :

- $n \geq 100$
- $np \leq 10$

Poisson as an Approximation to the Binomial Distribution - *μ*

If both of the following requirements are met,

- $n \geq 100$
- $np \leq 10$

اذا تحققت الشرطين ذولي ، استخدم الصيغه التاليه لحساب ال*μ* :

then use the following formula to calculate *μ,*

Value for μ

$\mu = n \cdot p$

END OF CHAPTER 5 .

دعواتكم و بالتوفيق يارب .